

### Neumann-Funktion

- a) Die Neumannsche Funktion  $N = N(x, y)$  für ein Gebiet  $\Omega \subset \mathbb{R}^n$  wird definiert wie die Greensche Funktion für das Dirichlet-Problem mit dem Unterschied, dass die Bedingung  $G(x, y) = 0$  für  $x \in \partial\Omega, y \in \Omega$  ersetzt wird durch  $\frac{\partial N}{\partial n}(x, y) = \text{const.}$  für  $x \in \partial\Omega, y \in \Omega$ . Formulieren und beweisen Sie mit Hilfe der 2. Greenschen Formel eine Darstellung für die Lösung des Neumann-Problems mit Hilfe der Neumannschen Funktion. Inwieweit ist die Konstante bestimmt?
- b) Lösen Sie das Neumann-Problem für eine Kugel im  $\mathbb{R}^3$ . Gegeben ist eine Funktion  $h : \partial B_R(0) \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $\int_{\partial B_R(0)} h(x) do_x = 0$ . Gesucht ist eine Darstellung (z. B. mittels a)) der Lösung  $u = u(x)$  von

$$\begin{aligned}\Delta u &= 0 & \text{in } B_R(0) \\ \frac{\partial u}{\partial n} &= h & \text{in } \partial B_R(0).\end{aligned}$$